

MAI 3 - domácí úkol ze cvičení 6.

1. Je dána posloupnost funkcí $f_n(x) = \frac{2x}{1+n^2x^2}$.

- Určete obor, kde posloupnost konverguje bodově a limitní funkci $f(x)$.
- Ukažte, že posloupnost (f_n) konverguje stejnoměrně v R .

2. Je dána posloupnost funkcí (i) $f_n(x) = e^{-nx^2}$ nebo

(ii) $f_n(x) = e^{n(x-x^2)}$.

- Určete bodovou limitu $f(x)$ posloupnosti (f_n) pro $x \in R$.
- Na kterých maximálních intervalech konverguje posloupnost (f_n) stejnoměrně? Kde konverguje lokálně stejnoměrně?

3. A dokončení příkladu ze cvičení :

Ukázali jsme, že posloupnost funkcí $f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right)$ konverguje v R bodově k funkci $f(x) = x$, ale ne stejnoměrně v R .

Ukažte, že posloupnost $f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right)$ konverguje k funkci $f(x) = x$ lokálně stejnoměrně na každém intervalu $[-a, a]$, $a > 0$.